

Dozent: Dr. Martin Friesen

Tutor: Dennis Schroers

**Finanzmathematik**  
**Wintersemester 2018 / 2019**

---

**Blatt 10**

- Abgabe bis **Donnerstag 17.01.2019 um 12:00.**
- Abgabe ins Postfach 89 auf Ebene D13.

**Aufgabe 1.** (4 Punkte)

Gegeben sei ein zweiperioden CRR-Modell mit Anfangspreisen  $S_0^0 = S_0^1 = 1$  und  $a_- = \frac{1}{3}$  sowie  $a_+ = 3$ .

- (a) Für welche Zinssätze  $r$  ist der Markt arbitragefrei.
- (b) Sei nun  $r = \frac{2}{3}$ . Betrachte in Abhängigkeit von  $x \in \mathbb{R}$  die Auszahlungsfunktion

$$C(\omega) = \begin{cases} 1 - x, & \omega = (+1, +1) \\ x, & \omega \in \{(+1, -1), (-1, +1)\} \\ x - \frac{1}{2}, & \omega = (-1, -1) \end{cases}.$$

Für welche  $x \in \mathbb{R}$  gilt  $C(\omega) \geq 0$  für alle  $\omega \in \Omega$  sowie  $\pi(C) \leq \frac{33}{200}$ ?

**Aufgabe 2.** (4 Punkte)

Betrachte ein zweiperioden CRR-Modell mit  $a_- = \frac{1}{2}$ ,  $a_+ = 2$  sowie  $r = \frac{1}{2}$ . Das risikolose Wertpapier und die Aktie haben heute den Preis  $S_0^0 = S_0^1 = 1$ . Definiere den mittleren Preis der Aktie  $\bar{S}^1 := \frac{1}{1+T} \sum_{t=0}^T S_t^1$ . Bestimmen Sie die Preise  $\pi(C_C)$  sowie  $\pi(C_P)$  der Asiatischen Optionen (mit  $K = 20$ ) gegeben durch

- Fixed Strike Average Call:  $C_C = (\bar{S}^1 - K)_+$
- Fixed Strike Average Put:  $C_P = (K - \bar{S}^1)_+.$

**Aufgabe 3.** (4 Punkte)

Betrachte das zweiperioden CRR-Modell mit  $a_- = 0.6$ ,  $a_+ = 1.6$  und  $r = 0.1$ . Die Aktie kostet heute  $S_0^1 = 20$  und das risikolose Wertpapier habe heute den Preis  $S_0^0 = 1$ . Bestimmen Sie eine Hedgingstrategie für die Option mit Auszahlungsfunktion  $C = S_T^1 - S_{\min}^1$ , wo  $S_{\min}^1 = \min\{S_0^1, S_1^1, S_2^1\}$ .

**Aufgabe 4.** (6 Punkte)

Betrachten Sie ein arbitragefreies CRR-Modell in  $T = 2$  Perioden mit Anfangspreisen  $S_0^1 = 1$  und dem Preisprozess für das risikolose Wertpapier  $S_0^0 = S_0^1 = S_0^2 = 1$ . Für  $K > 0$  sei  $C(K)$  die Auszahlungsfunktion einer Call-Option gegeben durch

$$C(K) = (S_T - K)_+.$$

Nehmen Sie an, dass die Preise  $\pi(C(K))$  für alle  $K > 0$  bekannt sind. Bestimmen Sie daraus  $a_+$  sowie  $a_-$ .