

Dozent: Dr. Martin Friesen

Tutor: Dennis Schroers

Finanzmathematik
Wintersemester 2018 / 2019

Blatt 10

- Abgabe bis **Donnerstag 17.01.2019 um 12:00**.
- Abgabe ins Postfach 89 auf Ebene D13.

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Gegeben sei ein zweiperioden CRR-Modell mit Anfangspreisen $S_0^0 = S_0^1 = 1$ und $a_- = \frac{1}{3}$ sowie $a_+ = 3$.

- (a) Für welche Zinssätze r ist der Markt arbitragefrei.
(b) Sei nun $r = \frac{2}{3}$. Betrachte in Abhängigkeit von $x \in \mathbb{R}$ die Auszahlungsfunktion

$$C(\omega) = \begin{cases} 1 - x, & \omega = (+1, +1) \\ x, & \omega \in \{(+1, -1), (-1, +1)\} \\ x - \frac{1}{2}, & \omega = (-1, -1) \end{cases}.$$

Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $C(\omega) \geq 0$ für alle $\omega \in \Omega$ sowie $\pi(C) \leq \frac{33}{200}$?

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Betrachte ein zweiperioden CRR-Modell mit $a_- = \frac{1}{2}$, $a_+ = 2$ sowie $r = \frac{1}{2}$. Das risikolose Wertpapier und die Aktie haben heute den Preis $S_0^0 = S_0^1 = 1$. Definiere den mittleren Preis der Aktie $\bar{S}^1 := \frac{1}{1+T} \sum_{t=0}^T S_t^1$. Bestimmen Sie die Preise $\pi(C_C)$ sowie $\pi(C_P)$ der Asiatischen Optionen (mit $K = 20$) gegeben durch

- Fixed Strike Average Call: $C_C = (\bar{S}^1 - K)_+$
- Fixed Strike Average Put: $C_P = (K - \bar{S}^1)_+$.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Betrachte das zweiperioden CRR-Modell mit $a_- = 0.6$, $a_+ = 1.6$ und $r = 0.1$. Die Aktie kostet heute $S_0^1 = 20$ und das risikolose Wertpapier habe heute den Preis $S_0^0 = 1$. Bestimmen Sie eine Hedgingstrategie für die Option mit Auszahlungsfunktion $C = S_T^1 - S_{\min}^1$, wo $S_{\min}^1 = \min\{S_0^1, S_1^1, S_2^1\}$.

Aufgabe 4. (6 Punkte)

Betrachten Sie ein arbitragefreies CRR-Modell in $T = 2$ Perioden mit Anfangspreisen $S_0^1 = 1$ und dem Preisprozess für das risikolose Wertpapier $S_0^0 = S_0^1 = S_0^2 = 1$. Für $K > 0$ sei $C(K)$ die Auszahlungsfunktion einer Call-Option gegeben durch

$$C(K) = (S_T - K)_+.$$

Nehmen Sie an, dass die Preise $\pi(C(K))$ für alle $K > 0$ bekannt sind. Bestimmen Sie daraus a_+ sowie a_- .